incidenti. È questo un teorema che venne già dato dal sig. BERTRAND, nell'importante *Mémoire sur la théorie des surfaces* *), in cui da pure una dimostrazione del teorema di MALUS^DUPIN. Un'altra elegante dimostrazione di quest'ultimo teorema si può vedere nel suo *Trattato dì calcolo differenziale,* § 659.

Quando la condizione (8) è soddisfatta, si ottiene una qualunque delle superficie ortogonali prendendo su ciascun raggio, dal punto in cui esso interseca la superficie iniziale, una porzione *l(u> v)* data dall'equazione

t =. cosi. — 9 *(u, v)* , che si ottiene

integrando la (3). Per il sistema derivato nel modo suesposto si

avrà

t = cost. —

quindi nel caso della rifrazione si ha

^ = cost. -|-

nt , dove *n è* l'indice di rifrangibilità.

IV.

Considериamo sulla superficie iniziale tre punti infinitamente vicini, *A, B* e C, di coordinate *(u, v), (ii-|-dn, v-|-dv), (11* -f- &//., *v* -j- ài;). La condizione affinchè gli elementi *AB, A C* sieno perpendicolari fra loro e

Edu $ u -f- *F (d u% v* -[~ *d v* X w) -f- G *d v* S *v = o* .

Supponiamo che l'arco *AB* appartenga ad una delle curve comprese nell'equazione <p *Cu₉ v*) = cost., dove 9 o una funzione qualunque di *u* e di *v:* si avrà

dcp ~1 M 0 i , _L 09 v , r
dtt ' dv

e quindi la direzione dell'elemento *A C* perpendicolare alla curva 9 = cost. si otterrà eliminando il rapporto *j*— fra le due precedenti equazioni: in tal modo si ha

*) Journal de Mathématiques pures et appliquées, tome IX (1844), pag. 133.